

**UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA**

**FACULTAD DE RECURSOS NATURALES Y DEL AMBIENTE  
ESCUELA DE CIENCIAS FORESTALES  
DEPARTAMENTO DE APROVECHAMIENTO FORESTAL**

## **TRABAJO DE DIPLOMA**

**Elaboración de Ecuaciones de Volúmenes  
para *Pinus oocarpa* Schiede en Nicaragua**

**Autores:**

**Br. Henry Antonio Saravia Cruz  
Br. Sergio Antonio Cano Olivares**

**Asesor:**

**Dr. Lars Gunnar Marklund**

**Managua, Nicaragua**

**Febrero, 1993**

## CONTENIDO

<u>Sección</u>	<u>Página</u>
CONTENIDO .....	i
CONTENIDO (cont..) .....	ii
INDICE DE FIGURAS .....	iii
INDICE DE CUADROS .....	iv
INDICE DE GRAFICOS .....	v
AGRADECIMIENTO .....	vi
DEDICATORIA .....	vii
RESUMEN .....	viii
I. INTRODUCCION .....	1
II. OBJETIVOS .....	4
III. REVISION DE LITERATURA .....	5
3.1. Descripción taxonómica de <u>Pinus oocarpa Schiede</u> .....	5
3.2. Distribución de la especie .....	5
3.3. Características ecológicas .....	6
3.4. Nociones previas para elaborar tablas de volúmenes .....	7
3.5. Tablas de volúmenes elaboradas por métodos estadísticos..	7
3.6. Datos básicos para construir tablas de volúmenes .....	7
IV. MATERIALES Y METODOS .....	8
4.1. Descripción geográfica de los sitios muestras .....	8
4.1.1. Sitio Aurora .....	8
4.1.2. Sitio El Rodeo .....	8
4.1.3. Sitio Aguas calientes .....	9
4.2. Generalidades metodológicas y materiales .....	11
4.2.1. Mediciones generales .....	11
4.2.1.1. Mediciones básicas para las tablas de volúmenes...	12
4.2.2. Análisis de las fórmulas de cubicación .....	14
4.2.2.1. La fórmula de Newton .....	14
4.2.2.2. La fórmula de Huber abreviada .....	15
4.2.2.3. La fórmula de Smalian .....	15
4.2.2.4. La fórmula del Cono truncado.....	16
4.2.2.5. Resultados de fórmulas de cubicación empleadas para la estimación del volumen real en m <sup>3</sup> .....	17

## INDICE DE FIGURAS

<u>Figura</u>	<u>Página</u>
1. Mapa de ubicación de los sitios muestras .....	10
2. Arbol de <u>Pinus oocarpa</u> Schiede. derribado y cubicado ...	13

## INDICE DE CUADROS

<u>Cuadros</u>	<u>Página</u>
1. Fórmulas de cubicación usadas para la estimación del volumen real en m <sup>3</sup> .....	17
2. Comportamiento de las fórmulas de Huber, Smalian y Cono truncado en algunos casos clásicos .....	17
3. Diferencias de volúmenes al aplicar cada una de las fórmulas de cubicación .....	20
4. Distribución de árboles muestras (Estudio presente) ...	29
5. Distribución de árboles muestras (EBF - IRENA.,1984)...	29
6. Resumen de los 12 modelos aditivos y multiplicativos (Programa VOLREG.) y las características estadísticas en que se basó la selección de los mejores .....	31
7. Regresión y correlación para el modelo logarítmico H1 .	33
8. Regresión y corelacción para el modelo logarítmico H2 .	35
9. Regresión y correlación para el modelo logarítmico H3 .	39
10. Regresión y correlcción para el modelo logarítmico H4 .	43
11. Regresión y correlación para el modelo ponderado H5 ..	47
12. Análisis residual para los modelos multiplicativos H4 y H5 .....	52
13. Rangos residuales para los modelos multiplicativos.....	52
14. Resumen de los 5 modelos básicos y las características estadísticas en que se basó la selección de los dos mejores .....	54
15. Ecuaciones finales .....	59

## INDICE DE GRAFICOS

<u>Gráfico</u>	<u>Página</u>
1. Fuste típico de un árbol de pino .....	19
2 Perfil de un árbol muestra de <u>Pinus oocarpa</u> Schiede.....	25
3. Diagrama de dispersión de los dos estudios utilizados...	29
4. Modelo H1. Residuales Vs. DAPcc .....	34
5. Modelo H2. Residuales Vs. DAPcc .....	37
6. Modelo H3. Residuales Vs. DAPcc .....	41
7. Modelo H4. Residuales Vs. DAPcc .....	45
8. Modelo H5. Residuales Vs. DAPcc .....	51

## A G R A D E C I M I E N T O

Se agradece al Instituto de Recursos Naturales y del Ambiente (IRENA) por el apoyo necesario que nos brindó a través del Servicio Forestal Nacional (SFN) para concluir nuestros estudios superiores mediante la investigación forestal.

Agradecemos la asesoría del Dr. Lars Gunnar Marklund asesor del IRENA para el Servicio Forestal Nacional por sus aclaraciones y sugerencias técnicas que hicieron posible la culminación de nuestro trabajo de diploma.

Agradecemos al Lic. Luis Herrera Gadea responsable del departamento de Evaluación de Recursos Forestales del SFN - IRENA por brindarnos el tiempo necesario para el procesamiento del texto y al Lic. Antonio Rodríguez Marín por habernos facilitado el trabajo de campo y los equipos necesarios para llevar a efecto nuestra investigación.

Se agradece la colaboración del Ing. Walter Amiel G. por sus aclaraciones en informática y opiniones estadísticas, así como a los técnicos en dibujo cartográfico Eddy Moreno Valverde y Hector Somarriba Beteta.

Nos llena de satisfacción haber recibido la colaboración necesaria con cada una de las personas mencionadas y con el resto de nuestros compañeros de trabajo que de una u otra forma nos ayudaron a finalizar nuestro trabajo de diploma.

## DEDICATORIA

Este pequeño esfuerzo por alcanzar una meta propuesta se lo dedicamos a nuestros queridos padres que nos brindaron el apoyo moral y económico para lograr alcanzar esta meta profesional.

Dedicamos este estudio a nuestros seres queridos que forman nuestra familia y hogar por facilitarnos el apoyo moral y fraterno en los momentos necesarios, que permitieron finalizar el presente trabajo de diploma.

Esta investigación en el campo forestal, se la dedicamos también a todas aquellas empresas e instituciones forestales a quienes puedan ser útiles los métodos y resultados de nuestro trabajo investigativo, así como a todas aquellas personas que tienen que ver con el que hacer forestal en Nicaragua.

## R E S U M E N

Se elaboró dos tablas de volúmenes para Pinus oocarpa Schiede., una en función del DAPcc y la otra en función del DAPcc y la altura total. Estas tablas volumétricas se confeccionaron através de una muestra compuesta por 272 árboles provenientes de tres diferentes sitios de aprovechamiento forestal, ubicados en el bosque de coníferas de la I región del país, específicamente en el departamento de Nueva Segovia.

Previo a la estimación del volumen real, se realizó un análisis detallado de fórmulas de cubicación para árboles derribados con el objeto de precisar dicha estimación.

Se utilizó el análisis de regresión múltiple para determinar 2 ecuaciones de volúmenes. Estas ecuaciones podran usarse para predecir el volumen total de árboles en pie de Pinus oocarpa Schiede, en Nicaragua.

Se escogió 5 modelos finales entre aditivos y multiplicativos, los cuales se seleccionaron en 2 grupos según las variables independientes.

Además de los principales estadísticos, el valor de significancia "t" de los parámetros, sirvió para probar el efecto de cada una de las variables independientes.

También se utilizó un análisis en los residuales de los modelos logaritmizados con el objeto de verificar que las formas de expresar las variables independientes fueron adecuadas en dichos modelos.

Después del análisis, se optó por los modelos multiplicativos transformados por logaritmización para la elaboración de las ecuaciones de volúmenes. Sin embargo para evitar desviaciones sistematicas al retransformar las ecuaciones, es necesario emplear el factor de corrección  $(S)^2/2$ .

Las ecuaciones elaboradas pueden aplicarse para estimar volúmenes en el bosque de Pinus oocarpa Schiede, de la I región del país, y podrian usarse con cierta precaución en otras regiones del país donde exista la distribución natural de Pinus oocarpa Schiede.

## I - INTRODUCCION

Es importante que Nicaragua, ordene lo mas exactamente posible las existencias actuales y potenciales de sus recursos forestales disponibles, los cuales mediante una elaboración mas o menos compleja puedan ser parte integrante de su desarrollo económico y social. Pero, para llegar a obtener las estimaciones de estos recursos se requieren aplicar algunos métodos y una técnica lógica de medición.

Nicaragua posee bosques en la primera región del país predominando el bosque del género pino, el cual a su vez esta compuesto por varias especies, en la cual se destaca la especie Pinus oocarpa Schiede.

El Instituto Nicaragüense de Recursos Naturales y del Ambiente (IRENA., 1992) señala que en los departamentos de Nueva Segovia, Madriz y Estelí se estiman 72,000 hectáreas de bosque del G. pinus, aunque puede señalarse que este bosque ha sido aprovechado en varias ocasiones por empresas y madereros de la región.

Desde hace algunos años se notaba la necesidad de contar con adecuadas tablas de volúmenes para Pinus oocarpa Schiede que permitieran estimar el volumen con corteza de los árboles en pie. (Loján, L., 1966) indica que es conocido el hecho de que el volumen de un árbol depende del diámetro, de la altura total y de su forma, presentando esta ultima algunas dificultades para su medición dependiendo del tipo de bosque.

Sin embargo existen procedimientos que permiten conocer el volumen de un árbol sin tener que recurrir a la medida de las tres variables que se indicaron anteriormente, tales procedimientos reciben el nombre de **ESTIMACIONES** y se realizan generalmente a base de métodos estadísticos.

Estos métodos están basados en el análisis de regresión y correlación, el cual se encarga de interrelacionar las variables medidas en los árboles derribados denominadas variables independientes, de las cuales se hará predecir el volumen en pie de todos los árboles que forman el bosque de pino de la I región del país.

El presente estudio se llevó a efecto en el bosque de **Pinus oocarpa Schiede.**, en el Departamento de Nueva Segovia, (Región I).

Un buen tiempo de trabajo se concentró en la búsqueda de un modelo de estimación de volúmenes a base del diámetro a la altura del pecho (DAPcc) y la altura total, que permitieran cubicar los árboles en pie con mínimo error.

Una vez adquirido un modelo, el problema consiste en buscar los valores numéricos de los coeficientes, lo cual debe hacerse de preferencia siguiendo el método de los cuadrados mínimos.

(Roland, P., 1977) señala que las tablas de volúmenes se preparan sobre un total determinado de números de árboles derribados (muestra) que constituyen los datos básicos de campo.

Toda persona relacionada con la actividad forestal, sabe que para hacer ordenamiento, silvicultura, manejo forestal, aprovechamiento y planificación en general se tiene que dar la lógica y obligada etapa inicial de las mediciones forestales.

Sin embargo, para planificar proyectos de extracción, cuantificar equipos de corte y transporte y otras actividades forestales, se requiere conocer el volumen total de los árboles en pie del bosque (recurso forestal).

En este estudio se confeccionaron dos tablas de volúmenes con corteza, una en función del DAPcc. (tabla de una entrada) y la otra en función del DAPcc y la altura total (tabla de doble entrada), donde los volúmenes están expresados en m<sup>3</sup>.

La elaboración de estas ecuaciones de volúmenes para Pinus oocarpa Schiede, en Nicaragua es importante ya que facilitarán la ejecución de inventarios forestales en la región y también ayudarán a establecer planes de manejo forestal, así como la obtención de volúmenes para planificar el aprovechamiento forestal como parte integrante en la implementación de la política forestal del país.

## II - OBJETIVOS

### 2.1 - OBJETIVOS GENERALES

- 2.1.1 - Elaborar 2 ecuaciones de volúmenes para Pinus oocarpa Schiede, una en función del DAPcc y la otra en función del DAPcc y la altura total.
- 2.1.2 - Suministrar al menos una tabla de volúmenes práctica a las instituciones pertinentes en Nicaragua.

### 2.2 - OBJETIVOS ESPECIFICOS

- 2.2.1 - Confeccionar una tabla de volúmenes de doble entrada en base del DAPcc(cm) y la altura total(m).
- 2.2.2 - Confeccionar una tabla de volumen de una entrada en base del DAPcc.
- 2.2.3 - Proporcionar mediante estas tablas, volúmenes totales con corteza para árboles en pie de Pinus oocarpa Schiede.

## III - REVISION DE LITERATURA

3.1. - Descripción taxonómica de Pinus oocarpa Schiede.

El Pinus oocarpa Schiede, es un árbol conocido en México y América Central como pino ocote o simplemente ocote. Otros nombres comunes son : pino prieto, pino colorado y pino avellano, en el comercio mundial se conoce como Pitch pine (FLINTA, C.M y M. MARTINEZ, 1948).

El Pinus oocarpa Schiede, es un árbol de mucha importancia en el país que alcanza alturas considerables en buenos suelos hasta 40 y más m., mientras en suelos pobres o malos no se desarrolla más que 25 m. La altura del árbol está en estrecha relación con el diámetro y la clase de sitio. Las ramas son generalmente gruesas y extendidas, la corteza es agrietada, con placas longitudinales, de color gris hasta café - grisáceo, las hojas por fascículas son generalmente cinco, en algunos casos también cuatro. La variación de el número de las hojas se puede atribuir a algunas variedades y no a la especie tipo. (PETERS, R., 1977).

## 3.2 - Distribución de la especie:

La especie de Pinus oocarpa Schiede se encuentra en México, Guatemala, Belice, El salvador, Honduras y Nicaragua.

En Nicaragua se encuentra en la parte Norte-Central asociado con especies latifoliadas entre ellos : Quercus sp., Liquidambar styracifiva L., Styrax polianthus Perk., Lysiloma multifoliatum B.& R., entre otros (ALONSO, J.C. 1966).

### 3.3 - Características Ecológicas

En forma natural se encuentra en la faja premontano y montano bajo, en las formaciones bosque seco y bosque húmedo según la clasificación de Holdridge. (HOLDRIDGE, L.R.).

La literatura menciona diferentes rangos de alturas sobre el nivel del mar, en las cuales se encuentra la especie. (GAUSSEN, H. 1954). Cf. Alonso, J.C.(1966).

Segun PRATS - LLAURADO, J.(1960) el Pinus oocarpa Schiede, se desarrolla bien en alturas de 500 hasta 1400 m.s.n.m., con respecto a la temperatura media anual, en la cual se encuentra en forma natural se mencionan diferentes rangos. Segun CIANCIULLI, P.L.(1960) presenta un rango entre 16 y 24°C y AUNG DIN, U. (1958) se establece entre 19.5 y 24°C, sin embargo, es posible que en elevaciones de 2,000 m.s.n.m. o más, existan lugares con heladas. Las zonas en las cuales se presenta esta especie reciben una precipitación que varía entre los 600 y 2,000 mm. (FLINTA, C.M., 1960).

### **3.4 - Nociones previas para elaborar tablas de volúmenes**

Las tablas de volúmenes se construyen con el fin de determinar rápidamente el volumen de los árboles en pie de donde se obtuvo la muestra.

El uso que se les dá a las tablas de volúmenes es muy variado : cubicación de bosques, de árboles, de madera aprovechable, etc. Cuando las tablas se hacen para cubicar a base del diámetro y la altura se tienen las "tablas de doble entrada o tablas Standard" (LOJAN, L.I., 1966).

### **3.5 - Tablas construidas por métodos estadísticos**

En estos métodos se calculan los valores numéricos de la ecuación que define la línea de tendencia de la relación entre las variables.

En la construcción de tablas volumétricas empleando el método estadístico, lo que se hace es buscar los valores probables de los coeficientes, dichos valores se buscan por el procedimiento matemático llamado "cuadrados mínimos" (LOJAN, L.I.1966).

### **3.6 - Datos básicos para construir tablas de volúmenes:**

En estudios llevados a cabo en Chile (INSTITUTO FORESTAL., 1962) sobre tablas de volúmenes se obtuvo la siguiente información como datos básicos : Se cubicaron 616

árboles que constituyen la información básica de campo, los cuales se distribuyeron en 7 provincias.

Originalmente los datos se procesaron separadamente para determinar si existían diferencias en las relaciones de volumen según las diversas zonas. Los análisis preliminares no indicaron diferencias significativas por lo cual se reagruparon los datos para los efectos de preparar tablas de aplicación en general. Los volúmenes obtenidos en m<sup>3</sup> sin corteza se adquirieron usando la fórmula de Smalian.

#### **IV - MATERIALES Y METODOS**

##### **4.1 - Descripción geográfica de los sitios muestras**

**4.1.1 - Sitio Aurora :** Localizado en el municipio de Jalapa, en este sitio la empresa forestal YODECO realizó sus actividades de aprovechamiento forestal en 1990. Las coordenadas de este sitio son : Longitud Oeste 86°13'38" y Latitud Norte 13°48'16". La altitud varió entre 685 y 712 m.s.n.m.

**4.1.2 - Sitio el Rodeo :** Localizado en el municipio de Dipilto, en este sitio el Estudio de Base Forestal (EBF-IRENA., 1984) en coordinación con empresas de aprovechamiento forestal, midieron un 40% de los árboles en total (52 árboles).

Las coordenadas del sitio de cubicación son : Longitud Oeste  $86^{\circ}30'35''$  y Latitud Norte  $13^{\circ}43'17''$ . La altitud del sitio se registro en 1,120 m.s.n.m. y la pendiente estaba en promedio en un 35%.

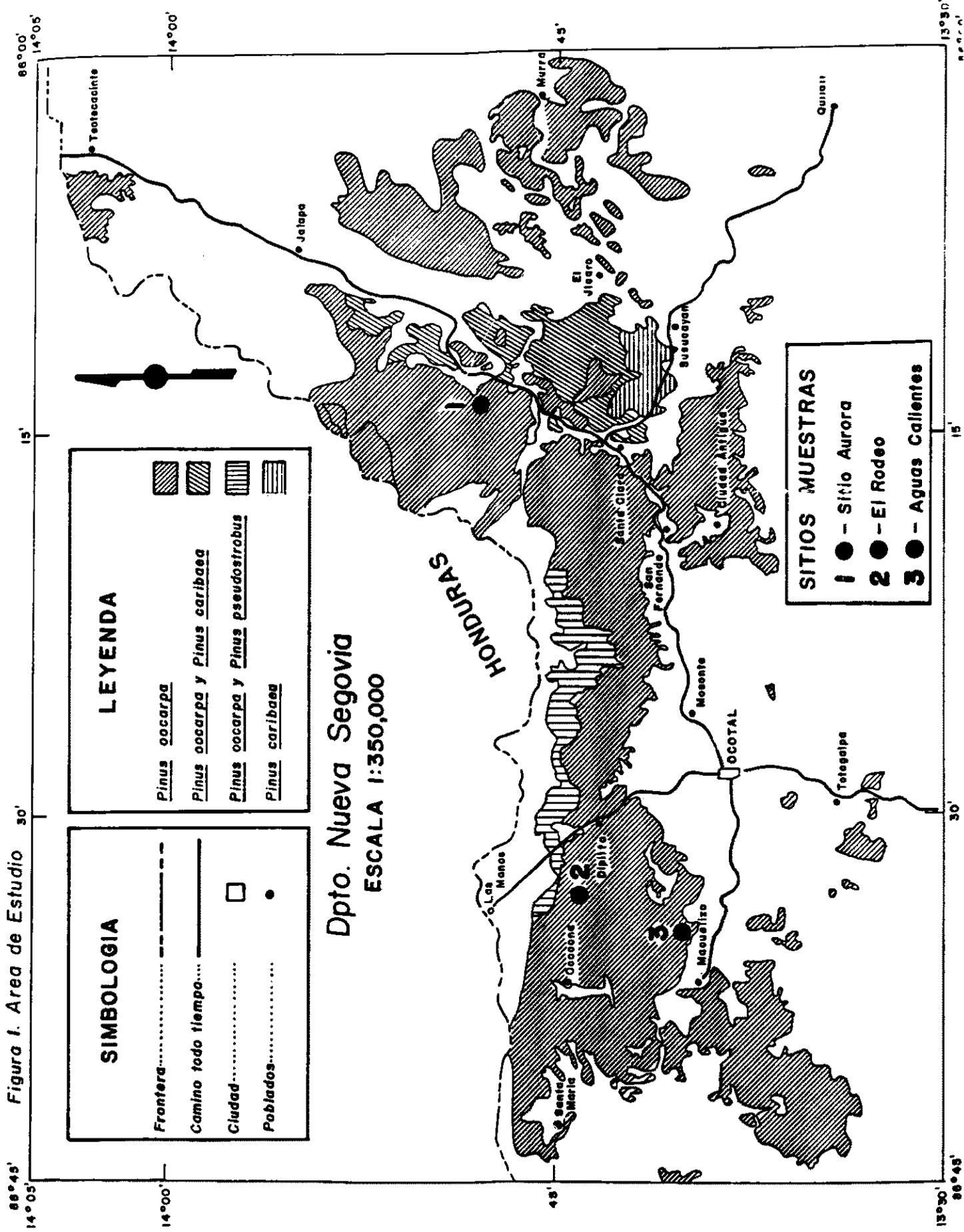
**4.1.3 - Sitio Aguas Calientes :** Localizado en el municipio de Macuelizo, en este sitio el estudio de Base Forestal (EBF - IRENA., 1984) cubicó el 60 % de los árboles muestra para completar el total de los árboles medidos (78 árboles). Las coordenadas geográficas del sitio : longitud oeste  $86^{\circ}35'50''$  y latitud norte  $13^{\circ}38'35''$ . La altitud del sitio se registró en 1380 m.s.n.m. y la pendiente se registró en 35 % de promedio.

A continuación se menciona la fecha de muestreo en cada sitio de aprovechamiento forestal y los ejecutores de estos :

Sitios	Fecha de muestreo	Ejecutores
Sitio Aurora	Noviembre 1990	(Presente estudio)
El rodeo	Abril 1984	(EBF-IRENA., 1984)
Aguas calientes	Abril 1984	(EBF-IRENA., 1984)

Para una mejor localización, observe en la Figura 1 los sitios muestras (cubicación de árboles).

Figura 1. Area de Estudio



## **4.2 - Generalidades Metodológicas y Materiales**

### **4.2.1 - Mediciones Generales:**

Las mediciones de los árboles tumbados en el sitio Aurora se llevó a cabo durante veinte días a partir del 5 de Noviembre de 1990. Los primeros tres días de medición en el campo se realizó en compañía del asesor de este estudio quien nos indicaba la forma de cubicar los árboles recién tumbados. Todos los árboles medidos que conforman la base de datos se obtuvieron mediante un muestreo selectivo, ya que los árboles de interés comercial fueron seleccionados por la empresa forestal YODECO.

Los autores de este estudio cubicaron árboles en su mayoría (82 % de los árboles en total) con DAPcc entre 0 - 30 cm, con el objetivo de preparar tablas de volúmenes de aplicación en general, ya que este estudio (Estudio Presente 1990) fue fusionado con un estudio realizado en 1984 por el Estudio de Base Forestal del IRENA (EBF-IRENA., 1984), el cual seleccionó principalmente árboles con DAPcc > 30 cm.

Los instrumentos utilizados en la medición de los árboles derribados se detallan a continuación :

- Cinta métrica para medir altura del tocón, altura total y la longitud de cada sección de los árboles derribados.
- Cinta diámetrica y forcípula para medir el DAPcc y DAPsc, así como el diámetro de las diferentes secciones del árbol.

- Hacha de mano para descortezar el árbol en las secciones diamétricas.
- Altímetro para registrar la elevación o altitud del sitio de medición.
- Spray para marcar las diferentes secciones del árbol. Además se utilizó crayon, hojas de campo, tablas de campo, lápiz y machete.

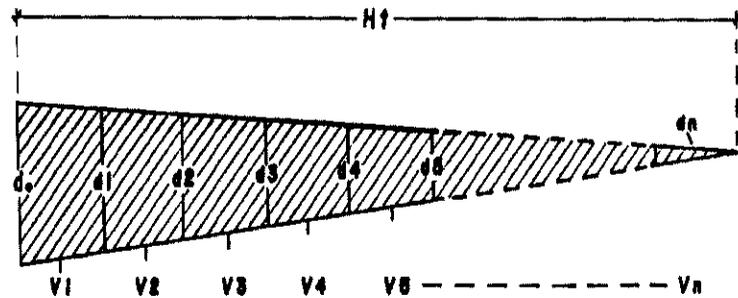
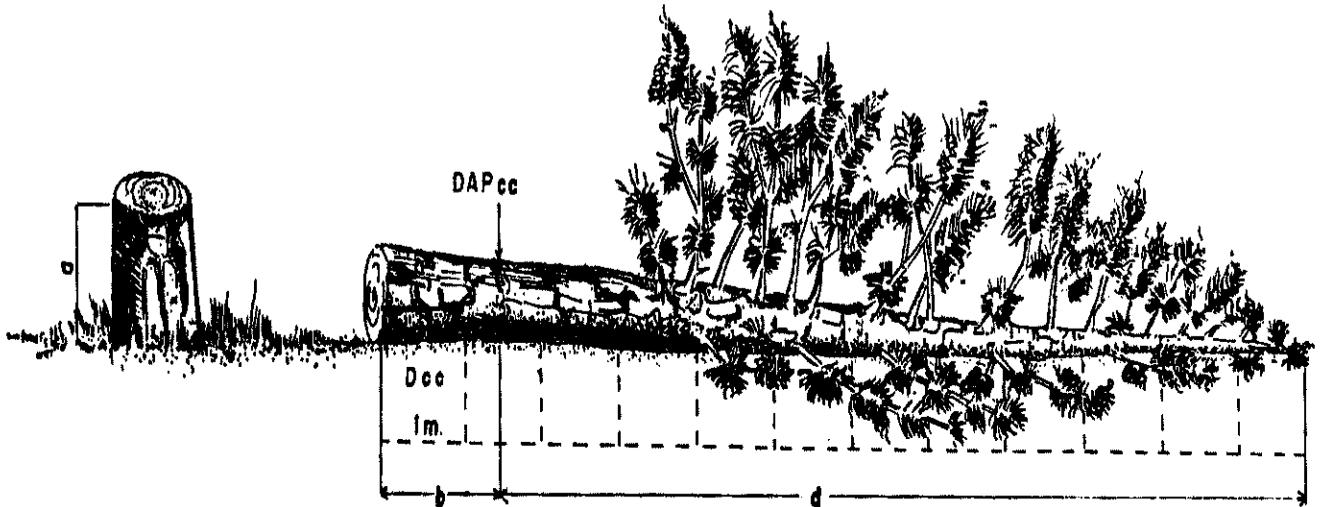
#### **4.2.1.1 - Mediciones básicas para la tabla de volúmenes**

Para el confeccionamiento de las tablas de volúmenes, los autores de este estudio procedieron a medir para cada árbol las siguientes variables : altura del tocón en cm, longitud del fuste en m., DAPcc en cm, DAPsc en cm, diámetro con corteza y sin corteza de las diferentes secciones de los árboles (Observe fig.2).

Además se anotaron los datos de la ubicación geográfica, la altitud sobre el nivel del mar y la distancia entre sitios.

Hay que señalar que los instrumentos y las variables utilizadas en esta investigación son similares a los usados por el Estudio de Base Forestal en abril de 1984 en la toma de datos para producir las tablas de volúmenes.

**Figura 2. Fuste de pino seccionado cada metro.**



$a$  = Altura del tocón

$a+b$  = Altura DAPcc

$a+b+d$  = Altura total

$D_{cc}$  = Diámetro con corteza en cada sección de 1 m.

DAPcc = Diámetro a la altura del pecho con corteza

$d_0 \dots d_n$  = diámetros de las secciones a 1 m.

$V_1 \dots V_n$  = Volumen por sección

$H_t$  = altura total

#### 4.2.2 - Análisis de las fórmulas de cubicación.

Para obtener el volumen real (estimado), previamente se realizó un análisis de fórmulas que se utilizan para calcular directamente el volumen de los árboles derribados a partir de las mediciones hechas en el campo. Entre las principales fórmulas se mencionan :

- a) La fórmula de Newton
- b) La fórmula de Huber
- c) La fórmula de Smalian
- d) La fórmula del Cono truncado

##### 4.2.2.1 - La fórmula de Newton.

Para obtener el volumen mediante el uso de esta fórmula, se requiere conocer de tres diámetros, los cuales son; el diámetro de la base inferior, el diámetro medio de la sección y el diámetro de la base superior a diferencia de las fórmulas que requieren uno o dos diámetros según sea el caso.

La fórmula para el cálculo del volumen es la siguiente :

$$V = \pi L / 24 [(D_1^2 + 4D_m^2 + D_2^2)]$$

donde :

- $D_1$  - diámetro inferior de cada sección.
- $D_m$  - diámetro medio de la sección.
- $D_2$  - diámetro superior de cada sección.
- $L$  - longitud de la respectiva sección.

Para realizar esta investigación nos basamos en que la fórmula de Newton estima con mejor precisión el volumen de los árboles derribados, ya que ésta requiere de más mediciones (tres) sobre el fuste de un árbol al compararla con las otras fórmulas que requieren uno ó dos diámetros según el caso, siendo la mejor sustentación (fórmula base) para determinar una de las tres fórmulas de cubicación antes señaladas (Huber, Smalian y Cono truncado).

#### 4.2.2.2 - La fórmula de Huber abreviada.

Sirve para calcular el volumen de los árboles derribados, ya que el fuste puede medirse en secciones de longitud constante. Esta fórmula determina el volumen utilizando el diámetro ( $D_m$ ) tomado a la mitad de la longitud de cada sección del árbol.

La fórmula para el cálculo del volumen es :

$$V = \pi L/4 [(D_{m_1}^2 + D_{m_2}^2 + D_{m_3}^2 + \dots + D_{m_n}^2)]$$

donde :

L - longitud de la respectiva sección.

$D_m$  - diámetro medio de la respectiva sección.

#### 4.2.2.3 - La fórmula de Smalian abreviada

Esta fórmula determina el volumen mediante los diámetros extremos de cada sección del fuste a diferencia de Huber que solo emplea el diámetro al centro de cada una de las secciones del árbol.

La fórmula para el cálculo del volumen es :

$$V = \pi L/4 [(D_1^2 + D_2^2)/2 + (D_2^2 + D_3^2)/2 + \dots + (D_n^2 + D_{n+1}^2)/2]$$

donde :

L - longitud de la respectiva sección.

$D_1, D_2, D_3, \dots, D_n$  - diámetros medidos a lo largo del fuste.

#### 4.2.2.4 - La fórmula del Cono truncado.

Para el cálculo del volumen de árboles derribados, también es posible emplear fórmulas de cubicación que valoren del modo más exacto el volumen del fuste cuya conformación (forma del fuste) sea lo más próxima a la de un sólido geométrico ideal.

Al aplicar la fórmula del Cono truncado es necesario conocer el diámetro de la base inferior y el diámetro de la base superior de cada sección del árbol.

La fórmula para el cálculo del volumen es :

$$V = \pi L/12 [(D_1^2 + D_2^2 + D_1 D_2) + \dots + (D_n^2 + D_{n+1}^2 + D_n D_{n+1})]$$

donde :

L - longitud de la respectiva sección.

$D_1$  - diámetro de la base superior.

$D_2$  - diámetro de la base inferior.

La (FAO, 1966) señala que la fórmula de Newton es exacta para cualquier sólido (no solamente los de revolución) para el cual el área de la sección es un polinomio de tercer grado ; este es el caso del cilindro, el paraboloides, el cono y el neiloide, pues estos sólidos se obtienen por rotación.

4.2.2.5. - Resultados de las fórmulas de cubicación utilizadas para la estimación del volumen real en m<sup>3</sup>.

Observe los cuadros 1, 2 y 3 y el gráfico 1 donde se observa el fuste típico de un árbol de pino.

Cuadro 1. Fórmulas de cubicación usadas para la estimación del volumen real en m<sup>3</sup>.

Nombre de la Fórmula	Fórmula Matemática
Newton	$V = \pi \cdot L/24 [(D_1^3 + 4D_m^3 + D_2^3)]$
1 Huber	$V = \pi \cdot L/4 [(Dm_1^2 + Dm_2^2 + Dm_3^2 + \dots + Dm_n^2)]$
2 y 3 Smalian	$V = \pi \cdot L/4 \{ (D_1^2 + D_2^2)/2 + (D_2^2 + D_3^2)/2 + \dots + (D_n^2 + D_{n+1}^2)/2 \}$
4 Cono truncado	$V = \pi \cdot L/12 [(D_1^3 + D_2^3 + D_1 D_2) + \dots + (D_n^3 + D_{n+1}^3 + D_n D_{n+1})]$

Cuadro 2. Comportamiento de las fórmulas de Huber, Smalian y el Cono truncado en algunos casos clásicos. (Fuente, FAO, 1966).

Si la troza tiene forma de:	Fórmula (1)	Fórmula (2)	Fórmula (3)	Fórmula (4)
Cilindro $C_1 - C_n = C_1$ 	exacta	exacta	exacta	exacta
Paraboloide $C_n^3 = 1/2[C_1^3 + C_2^3]$ 	exacta	exacta	subestima el volumen real en 3	subestima el volumen real en 2 E
Cono $C_n = 1/4[C_1 + C_2]$ 	subestima el volumen real en E	sobrestima el volumen real en 2 E	subestima el volumen real en E	exacta
Neiloide $C_n^{2/3} = C_1^{2/3} + C_2^{2/3}/2$ 	Subestima el volumen real	sobrestima el volumen real	Subestima el volumen real	sobrestima el volumen real

#### 4.2.3 - Justificación de la fórmula de cubicación escogida.

Con el objeto de hacer comparaciones entre las fórmulas de cubicación mencionadas en el cuadro 1 y seleccionar una de ésta para estimar el volumen de los árboles derribados del presente estudio, se llevó a efecto el siguiente análisis:

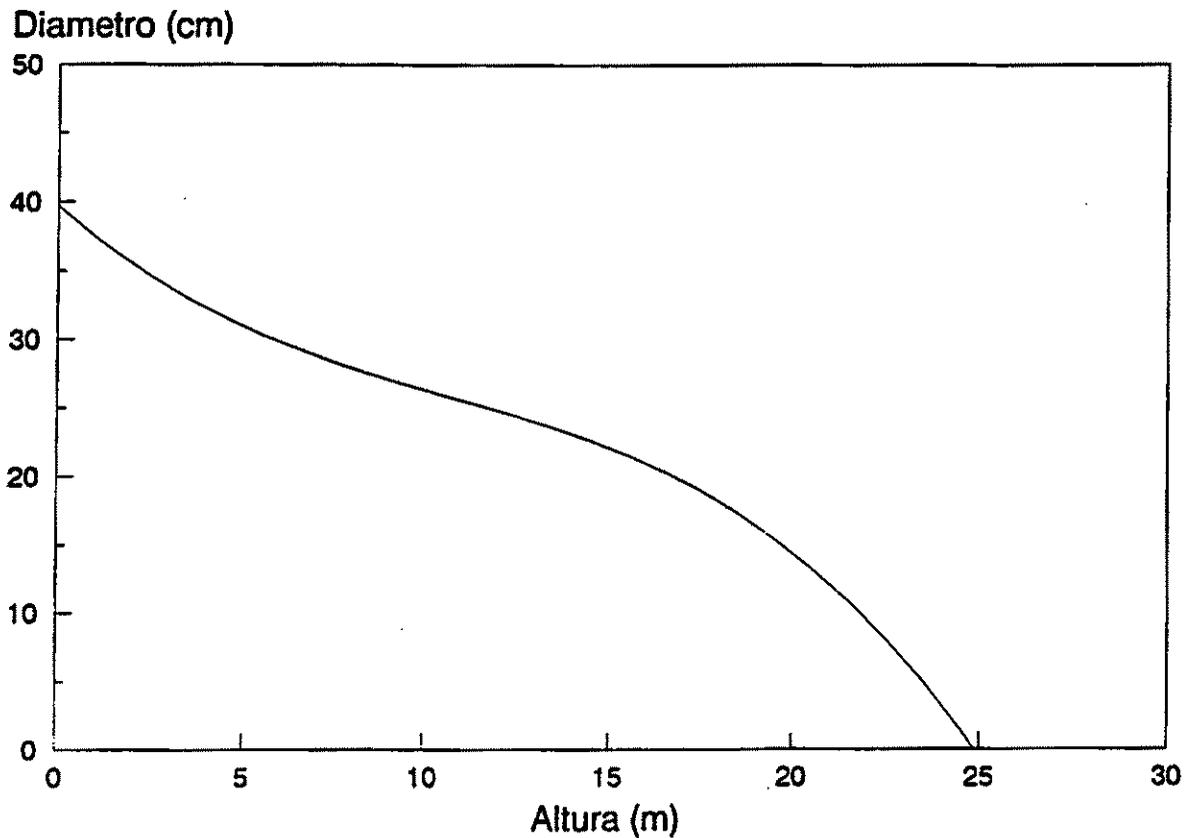
10.- Primeramente se hizo énfasis en obtener la forma de un fuste típico de pino con los datos básicos de campo a través de una ecuación que relacionará el diámetro normal (DAPcc) como variable dependiente y la altura total como variable independiente (ver gráfico 1).

20.- Se estableció que la fórmula de Newton se ocuparía para estimar el volumen en  $m^3$  (Fórmula base) del árbol típico de pino utilizando para ello, los datos del diámetro normal (DAPcc) y la altura total del árbol, para posteriormente hacer las comparaciones con las demás fórmulas de cubicación para árboles derribados.

30.- Se determinó cubicar el árbol típico a través de secciones de 1 cm. de espesor con el objeto de obtener un volumen exacto al aplicar la fórmula de Newton, ya que ésta toma en cuenta los valores de los tres diámetros de cada disco o sección para

obtener su respectivo volumen, es decir que como el árbol presenta una altura total de 24.86 m. éste se cubicó en 2,486 secciones de 1 cm. de espesor (discos) y se procedió a la estimación del volumen con la fórmula antes mencionada para evitar así posibles deformaciones a lo largo del fuste.

**Gráfico 1. Fuste típico de Pino**



4o.- Como último criterio para justificar la fórmula escogida, se procedió con los valores del diámetro a la altura del pecho (DAPcc), y la altura total del fuste típico de pino a estimar su volumen, utilizando para el caso las fórmulas de cubicación ya mencionadas en el cuadro 1., pero con la salvedad que se ocuparon secciones de 1 m. de espesor a lo largo del fuste con el objeto de observar las diferencias de volumen al aplicar cada una de las 3 fórmulas (ver cuadro 3).

**Cuadro 3. Diferencias de volúmenes al aplicar cada una de las fórmulas de cubicación.**

Fórmula	Tipo de Cubicación	Vol. M3	Observación
Newton	Secciones de 1 cm de longitud	1.20011	Volumen Real
Huber	Secciones de 1 m. de longitud	1.19950	Sub - estima 0.051 %
Smalian	Secciones de 1 m. de longitud	1.20134	Sobrecestima 0.102 %
Cono truncado	Secciones de 1 m. de longitud	1.20033	Sobrecestima 0.018 % (Acceptable)

Los resultados de éste análisis indican que la fórmula del Cono truncado es la que mejor ajusto el volumen real obtenido por la fórmula de Newton (árbol típico de pino) la cual podría definirse como fórmula base.

Observe en el cuadro 3 que las fórmulas de Huber y Smalian subestiman y sobreestiman el volumen real obtenido por la fórmula de Newton en un porcentaje superior al proporcionado por la fórmula del Cono truncado, es decir que la fórmula del Cono truncado se ajusta más al volumen real ya que sobreestima con un porcentaje inferior a los porcentajes de las otras fórmulas analizadas (porcentaje insignificativo). Sin embargo podría dar el mismo resultado que proporciona la fórmula de Newton si se desestiman errores de redondeo.

Hay que observar además que el volumen obtenido por la fórmula de Newton denominado volumen real, fue estimado a través de secciones de 1 cm. de longitud para obtener así un resultado final de mucha confiabilidad, ya que para obtener el volumen con los datos del fuste típico de pino se realizó un análisis de regresión.

En conclusión se podría afirmar que es la fórmula del cono truncado la que mejor estima el volumen de los árboles derribados de Pinus oocarpa Schiede. Una vez determinada la fórmula para el cálculo del volumen real (estimado), se procedió a estimar dicho volumen para posteriormente llevar a efecto el análisis de regresión utilizando diferentes modelos aditivos y multiplicativos.

#### 4.3 - Establecimiento y manejo del estudio :

En abril de 1983 el Estudio de Base Forestal del IRENA (EBF-IRENA, 1984) llevó a efecto un estudio forestal, con el objetivo de confeccionar una tabla de volúmenes de Pinus oocarpa Schiede basada en mediciones sobre árboles recién tumbados, obteniendo las muestras en el Departamento de Nueva Segovia. No obstante en Noviembre de 1990 los autores de la presente tesis realizaron mediciones en el campo en árboles de pino con el objetivo de elaborar ecuaciones de volúmenes de una y doble entrada para predecir el volumen de los árboles en pie.

Ambos estudios fueron fusionados ya que los ejecutores de cada uno de estos estudios cubicaron árboles con diferentes rangos de DAPcc. Así, los autores de esta tesis cubicaron árboles con DAPcc entre 0 cm - 30 cm, mientras que el (EBF-IRENA, 1984) cubicó árboles con DAPcc  $\geq$  30 cm, siendo ésta la razón para fusionar los dos estudios y así obtener una tabla de volúmenes de aplicación en general.

El número total de árboles de pino medidos por ambos estudios corresponden a 272, aunque algunos autores señalan que para construir una tabla de volúmenes se necesitan alrededor de 500 árboles o más y otros señalan que con 300 o menos se pueden precisar algunas tablas de volúmenes, así De la Vega

(1987), citando a Chapman menciona que el número mínimo aconsejable de árboles a muestrear es 10 por categoría diamétrica y que el número total adecuado va de 500 a 2,500. El Inventario Nacional de México al elaborar sus tablas de volúmenes para el género pinus a utilizado 391, 200, 418, 259, 815 y 237 para diferentes estados.

Abadie (1956) Cf. Walter (1990), para una única y homogénea Población basta 30 árboles. Caillez (1980), considera que para una tabla de volúmenes de una entrada se necesita de 80 a 150 árboles.

Todos estos fundamentos llevaron a concluir que el número de árboles medidos por ambos estudios fueron suficientes para confeccionar las tablas de volúmenes para uso general.

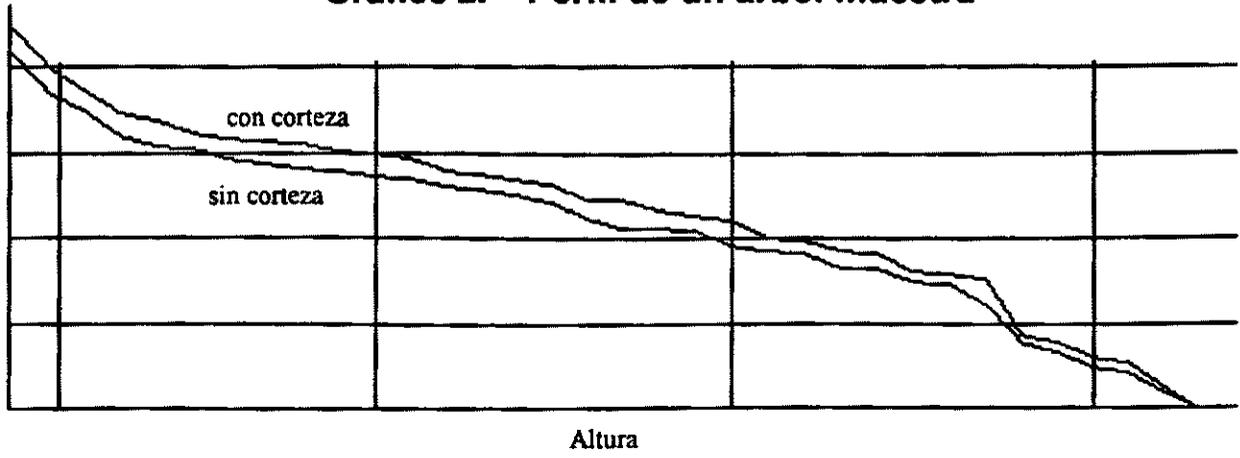
Para el análisis general de los datos básicos de campo del estudio en general se llevó a efecto el siguiente análisis :

- 1) Se chequearon los datos básicos de campo en el micro computador con el objeto de corregir errores de apuntes en el campo y de grabación en la oficina.
- 2) Se realizó un chequeo en el fuste de cada árbol de pino a través de un análisis gráfico (ver gráfico 2) para verificar si su fuste estaba completo desde la base hasta el ápice.

- 3) Se creó un Programa llamado VOLCALC. (Ver anexo II) con el objetivo de estimar el volumen real con corteza de los árboles muestras, basado en mediciones de diámetros cada metro y utilizando la fórmula del Cono truncado.
- 4) Se elaboró un archivo maestro para cada estudio, reflejando de manera general la estimación del volumen real usando la fórmula del Cono truncado.
- 5) Se analizaron los datos del Estudio Presente 1990, con un programa estadístico de la FAO llamado VOLREG., el cual contiene 12 diferentes modelos de regresión.
- 6) Basado en este análisis se escogieron 5 modelos básicos para un análisis final mas detallado.
- 7) Se creó un archivo combinado de ambos estudios (Estudio presente 1990 y EBF - IRENA., 1984) con el cual se ejecutó el análisis final de los 5 modelos escogidos compuesto por :
  - a) Análisis de regresión
  - b) Análisis de residuales
  - c) Logaritmicación de residuales
  - d) Escoger modelos finales

Diámetro

**Gráfico 2. Perfil de un árbol muestra**



Altura

Hay que señalar que los criterios o estadísticos para seleccionar los mejores modelos del Programa VOLREG - FAO fueron los siguientes:

- a) El coeficiente de determinación
- b) El coeficiente de correlación
- c) Desviación Standard
- d) El cuadrado medio residual
- e) Prueba F.

#### **4.3.1 - Método de cubicación:**

El análisis de los datos se realizó en el DEPARTAMENTO DE EVALUACION DE RECURSOS FORESTALES DEL IRENA 1992 . Los datos básicos de campo se recolectaron en tres sitios de aprovechamiento forestal del bosque de pino de la primera región, diferenciándose estos fundamentalmente por la altitud, la ubicación geográfica y la distancia. Todos los sitios fueron muestreados en coordinación con empresas de aprovechamiento forestal de tal forma que las mediciones se efectuaron en sitios de corte sobre árboles recién tumbados y antes de su extracción de su lugar de crecimiento.

En total se cubicaron 272 árboles que constituyen los datos básicos de campo. De esta base de datos se confeccionaron las tablas de volúmenes. Se aplicó la fórmula del Cono Truncado para estimar el volumen de los árboles desde la base inferior

hasta el ápice del árbol. La suma total de todos los árboles proporcionó el volumen total en m<sup>3</sup>.

#### **4.3.2 - Manejo de Datos.**

El software utilizado para el análisis en general se detalla a continuación :

- 1) El programa VOLCALC. para la estimación del volumen real de cada árbol basado en las mediciones de secciones.
- 2) El programa VOLREG. para la estimación de los parámetros de 12 modelos. (análisis de regresión).
- 3) El paquete SYSTAT. para el análisis final, usando 5 modelos escogidos (análisis de regresión y análisis residual).

Con los valores de las variables tomadas en cada árbol, se estableció una base de datos y se le manipuló con el paquete y los programas antes mencionados.

#### 4.3.3. - Elaboración de la tabla de Volúmenes.

Con los datos del estudio combinado y utilizando el paquete de programas estadísticos SYSTAT, se ejecutó el análisis de regresión múltiple, tomando como variables independientes el diámetro a la altura del pecho en cm. (DAPcc) y la altura total en m., y como variable dependiente el volumen observado de los 272 árboles muestras.

Se estudiarón más de 20 modelos de regresión entre aditivos y multiplicativos. Los criterios para escoger los mejores modelos fueron :

- a) El coeficiente de determinación
- b) Desviación estándar de las observaciones sobre la línea de regresión
- c) El valor de significancia "t" de los parámetros
- d) El análisis residual gráfico

Estos puntos de vista condujeron a seleccionar a dos modelos básicos, uno basado en solo DAPcc y el otro basado en DAPcc y altura total. Los modelos escogidos son :

- a) Modelo multiplicativo transformado por logaritmicación.

$$\text{LnVolcc} = a + b_1 \ln(\text{DAPcc})$$

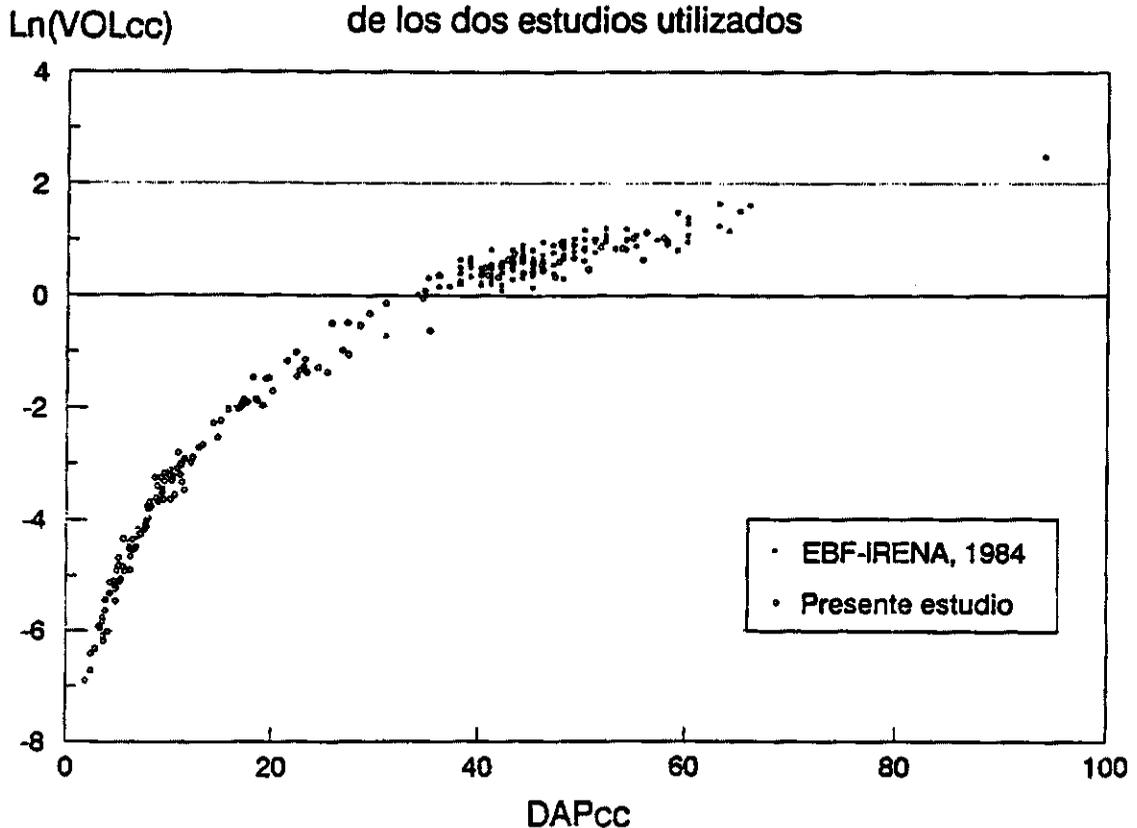
- b) Modelo multiplicativo transformado por logaritmicación.

$$\text{LnVolcc} = a + b_1 \ln(\text{DAPcc}) + b_2 \ln(H) + b_3 H$$



En el cuadro 4 se observa (estudio presente 1990) que la mayor cantidad de árboles cubicados se concentran en los diámetros pequeños (DAPcc = 0 - 30 cm)., en cambio en el cuadro 5 (Estudio de Base Forestal., 1984) el mayor número de árboles cubicados se concentran en los diámetros grandes (DAPcc  $\geq$  30 cm). Sin embargo al unir ambos estudios se obtiene una distribución bien definida y simétrica, indicando que existe una fuerte correlación entre ambos estudios (ver gráfico 3).

Gráfico 3. Diagrama de dispersión de los dos estudios utilizados



5.2. - Comportamiento de los 12 modelos aditivos y multiplicativos del Programa VOLREG., utilizado para determinar el ajuste de mejores modelos (ver cuadro 6).

Este programa elaborado por la FAO y compuesto por 12 modelos de regresión sirvió de base para analizar los modelos finales que se utilizaron para confeccionar las tablas de volúmenes con corteza.

Los modelos seleccionados del programa fueron el número 7 y 11 por presentar los mejores estadísticos y los mejores ajustes alrededor de la línea de regresión.

Cuadro 6. RESUMEN DE LOS MODELOS ADITIVOS Y MULTIPLICATIVOS ESTUDIADOS Y LAS CARACTERÍSTICAS ESTADÍSTICAS EN QUE SE BASÓ LA SELECCIÓN DE LOS MEJORES MODELOS.

MODELOS	MOD #	TRANSFORMACION DE VARIABLE DEPENDIENTE	R <sup>2</sup>	R	F	SD%	RMS
$V = f(DAPec^2)$	1	Ninguna	0.9515	0.9754	2744.3	39.7	0.027903
$\ln(V) = f(\ln DAPec)$	2	Logaritimizado	0.9901	0.9991	14043.4	24.0	0.046106
$V/DAPec^2 = f(1/DAPec^2)$	3	Ponderado por $(DAPec^2)$	0.2132	0.4618	37.9	45.6	4.8048-08
$V = f(DAPec^2 \cdot H)$	4	Ninguna	0.9891	0.9945	12669.4	18.8	6.2829-03
$V = f(DAPec^2, H, DAPec^2 \cdot H)$	5	Ninguna	0.9915	0.9938	5385.6	16.7	4.9390-03
$V = f(DAPec^2, DAPec^2 \cdot H, DAPec^2 \cdot H)$	6	Ninguna	0.9922	0.9961	5875.1	16.0	4.5308-03
$\ln(V) = f(\ln DAPec, \ln H)$	*7	Logaritimizado	0.9964	0.9988	19002.9	14.0	1.7143-02
$V/(DAPec^2 \cdot H) = f(1/(DAPec^2 \cdot H))$	8	Ponderado por $(DAPec^2 \cdot H)$	0.7151	0.8486	351.4	16.8	5.2479-11
$V/(DAPec^2) = f[1/(DAPec^2), 1/(DAPec^2 \cdot H), 1/(DAPec^2 \cdot H), 1/H]$	9	Ponderado por $(DAPec^2)$	0.9596	0.9796	1094.0	10.4	2.5000-09
$V/(DAPec^2) \cdot H = f[1/(DAPec^2), 1/H, 1/(DAPec^2 \cdot H)]$	10	Ponderado por $(DAPec^2) \cdot H$	0.8605	0.9276	283.7	11.8	2.6072-11
$V/(DAPec^2) = f[1/(DAPec^2), M/(DAPec), M]$	* 11	Ponderado por $(DAPec^2)$	0.9639	0.9838	1901.2	9.37	2.1155-09
$V/(DAPec^2) \cdot H = f[1/(DAPec^2 \cdot H), 1/H, 1/(DAPec)]$	12	Ponderado por $(DAPec^2) \cdot H$	0.8653	0.9302	295.6	11.6	2.5169-11

\*Modelos Seleccionados

**5.3. - Análisis de regresión y correlación para 5 modelos básicos escogidos de un primer análisis (Programa VOLREG). para determinar 2 modelos finales.**

Para llevar a efecto el análisis final se dividieron los 5 modelos en dos grupos según su funcionabilidad. Los modelos del primer grupo estiman el volumen en función del DAPcc y éste 1<sup>er</sup> grupo está conformado a su vez por dos regresiones múltiples a través de modelos multiplicativos. El 2<sup>do</sup> grupo está formado por tres regresiones múltiples a través de 2 modelos multiplicativos y 1 modelo aditivo de forma ponderada.

Estas ecuaciones están diseñadas para estimar el volumen de los árboles en pie el volumen total en función del DAPcc y la altura total.

Los grupos de modelos son:

1<sup>er</sup>. Grupo. Modelos que estiman el volumen total con corteza de los árboles en pie en función del DAPcc.

$$H1. - \text{LnVolcc} = a + b_1 \text{LnDAPcc} + b_2 \text{DAPcc}$$

$$H2. - \text{LnVolcc} = a + b_1 \text{LnDAPcc}$$

2<sup>do</sup>. Grupo. Modelos que estiman el volumen total con corteza de los árboles en pie en función del DAPcc y la altura total.

$$H3. - \text{LnVolcc} = a + b_1 \text{LnDAPcc} + b_2 \text{LnH} + b_3 \text{DAPcc}$$

$$H4. - \text{LnVolcc} = a + b_1 \text{LnDAPcc} + b_2 \text{LnH} + b_3 \text{H}$$

$$H5. - \text{Volcc/DAPcc}^2 = a + b_1 \text{H/DAPcc}^2 + b_2 \text{H/DAPcc} + b_3 \text{H} + b_4 \text{C/DAPcc}$$

5.3.1. - Análisis de regresión y correlación para el modelo logaritimizado H1. (Ver cuadro 7 y gráfico 4).

Cuadro 7. Regresión y correlación para el modelo H1 :

$$\text{LnVolcc} = a + b_1 \ln(\text{DAPcc}) + b_2 \text{DAPcc}$$

Model escog.:  $\text{LnVolcc} = -9.016 + \ln(\text{DAPcc}) 2.505 + (\text{DAPcc}) 0.002$

RESULTADOS DE AJUSTE DEL MODELO

Variables	Coefficientes	Error Standar	STD COEF	Tolerancia	Valor T
Constante	-9.016	0.082	-	-	-109.370
DAPcc	0.002	0.002	0.014	0.092	0.768
LnDAPcc	2.505	0.046	0.983	0.092	54.084

$r^2 = 0.992$       Desv. Standar = 0.212 %      272 Observaciones

$r = 0.996$       Var. Dep. = LNVOLCC

ANALISIS DE VARIANZA DE LA REGRESION

Fuente de variación	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	Valor F
Regresión	2	1474.657	737.328	16331.286
Residual	269	12.145	0.045	

Total corregido:                      271                      1486.802

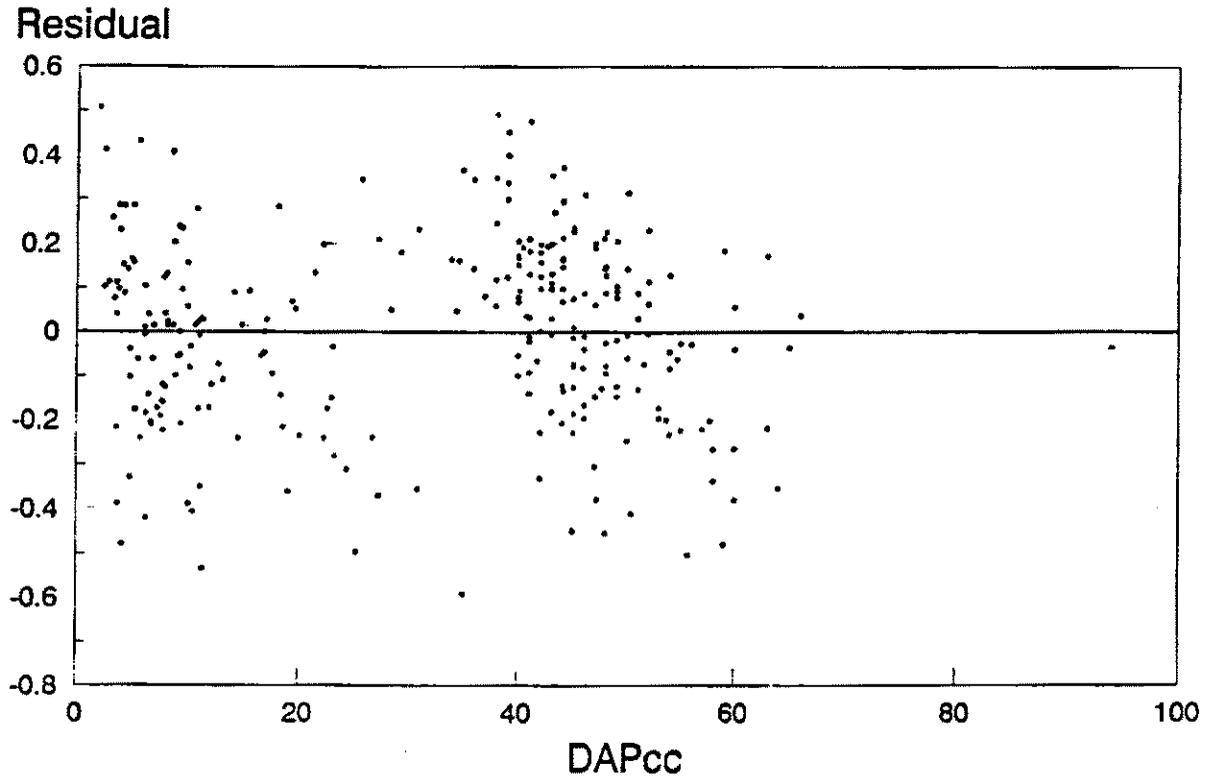
$r^2 = 0.992$       Desv. Standar de la est. = 0.212 (21%)

$r^2$  (ajustado para g.l.) = 0.992

En el cuadro anterior se observa que el modelo escogido posee un coeficiente de determinación igual a 99.2 % . Sin embargo este presenta una desviación estándar equivalente a 21.2 % . Sin embargo la variable DAPcc presenta un valor " $t \leq 2$ ", el cual indica que dicha variable no aporta ningun efecto al modelo, por lo que se considera ser excluido del mismo. En el

siguiente gráfico se observa el arreglo de sus observaciones alrededor de la línea de regresión.

Grafico 4. Model H1  
Residuales versus DAPcc





asociación entre el volumen estimado ( $Y_e = a + bx$ ) y el DAPcc, indicando al mismo tiempo que la precisión en la estimación del volumen esta en dependencia del efecto adicional del LnDAPcc.

Además el modelo presenta una desviación estándar equivalente a 21 %, valor que estadísticamente es aceptable cuando se trata de estimar el volumen del bosque utilizando una sola variable (DAPcc) por cada árbol que forman la muestra, indicando además que las observaciones se encuentran bien distribuidas sobre la línea de regresión (volumen promedio). El gráfico demuestra que no existe tendencia perceptible en RESIDUALES Vs. DAPcc (ver gráfico 5).

Sin embargo este modelo multiplicativo posee una variable independiente con un valor " $t \geq 2$ ", por lo que se afirma que este modelo es fuertemente correlacionado con el LnDAPcc considerandose que el modelo H2 es significativamente mejor que el modelo H1 y por consiguiente mejor estadísticamente.

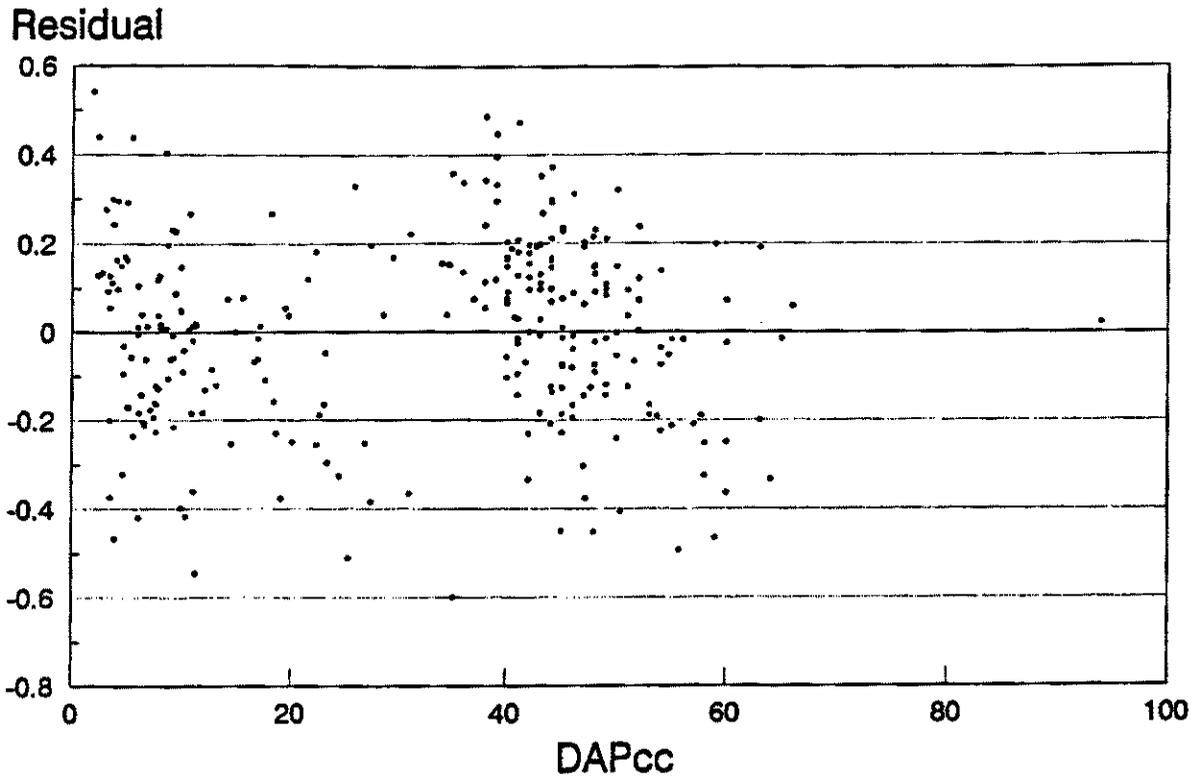
La función del modelo logarítmico H2 es la siguiente :

$$\begin{aligned}
 \text{LnVolcc} &= - 9.069 + 2.539\text{LnDAPcc} \\
 \text{Volcc} &= e [- 9.069 + 2.539\text{LnDAPcc} + (0.212)^2/2] \\
 &= e^{-9.069} * e^{(2.539\text{LnDAPcc})} * e^{[(0.212)^2/2]} \\
 &= e^{[(0.212)^2/2 - 9.069]} * \text{DAPcc}^{2.539} \\
 &= e^{-9.0465} * \text{DAPcc}^{2.539} \\
 &= 0.0001178 * \text{DAPcc}^{2.539}
 \end{aligned}$$

El factor de corrección  $(0.212)^2/2$  se introduce en la ecuación con el objeto de evitar desviaciones (bias) logarítmicas alrededor del volumen estimado a causa de las retransformaciones de las ecuaciones. En este estudio se desiente un tanto con las observaciones desfavorable a este modelo, pues como Caillez (1980) cf. Walter (1990), advierte contra cualquier perjuicio anticientífico "...la validez del factor de corrección depende de los supuestos sobre la distribución del error, el cual no necesita corregirse.

Esta razón motivó analizar gráficamente la distribución de los residuos volumétricos antes de decidir cualquier corrección. (observe el gráfico 5).

Gráfico 5. Modelo H2  
Residuales versus DAPcc



Este gráfico muestra que los residuales están bien correlacionados y estos presentan una distribución uniforme sobre la línea de regresión, por lo que se consideró al modelo H2 como el mejor de una o simple entrada para predecir la estimación del volumen con corteza de los árboles en pie.

**5.3.3. - Análisis de regresión y correlación para el modelo H3.**  
**(ver cuadro 9 y gráfico 6).**

**Cuadro 9. Regresión y correlación para el modelo H3 :**

$$\text{LnVolcc} = a + b_1 \ln \text{DAPcc} + b_2 \ln H + b_3 \text{DAPcc}$$

**Model escog.:  $\text{LnVolcc} = - 9.311 + \ln(\text{DAPcc})1.596 + \ln(H)1.058$**   
 **$+ (\text{DAPcc})0.006$**

**RESULTADOS DE AJUSTE DEL MODELO**

Variables	Coficiente	Error Standar	STD COEF.	Tolerancia	Valor T
Constante	- 9.311	0.051	-	-	- 181.319
LnDAPcc	1.596	0.050	0.626	0.028	31.869
LnH	1.058	0.048	0.331	0.048	21.835
DAPcc	0.006	0.001	0.049	0.090	0.473

$r^2 = 0.997$  Desv. Standar : 0.128 % 272 Observaciones

$r = 0.999$  Var Dep. = LNVOLCC

**ANALISIS DE VARIANZA DE LA REGRESION**

Fuente de variación	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Cuadro Medio	Valor F
Regresión	3	1482.432	494.144	30302.382
Residual	268	4.370	0.016	

Total corregido : 271 1486.802

$r^2 = 0.997$  Desv. Standar de la est. = 0.128 (12.8 %)

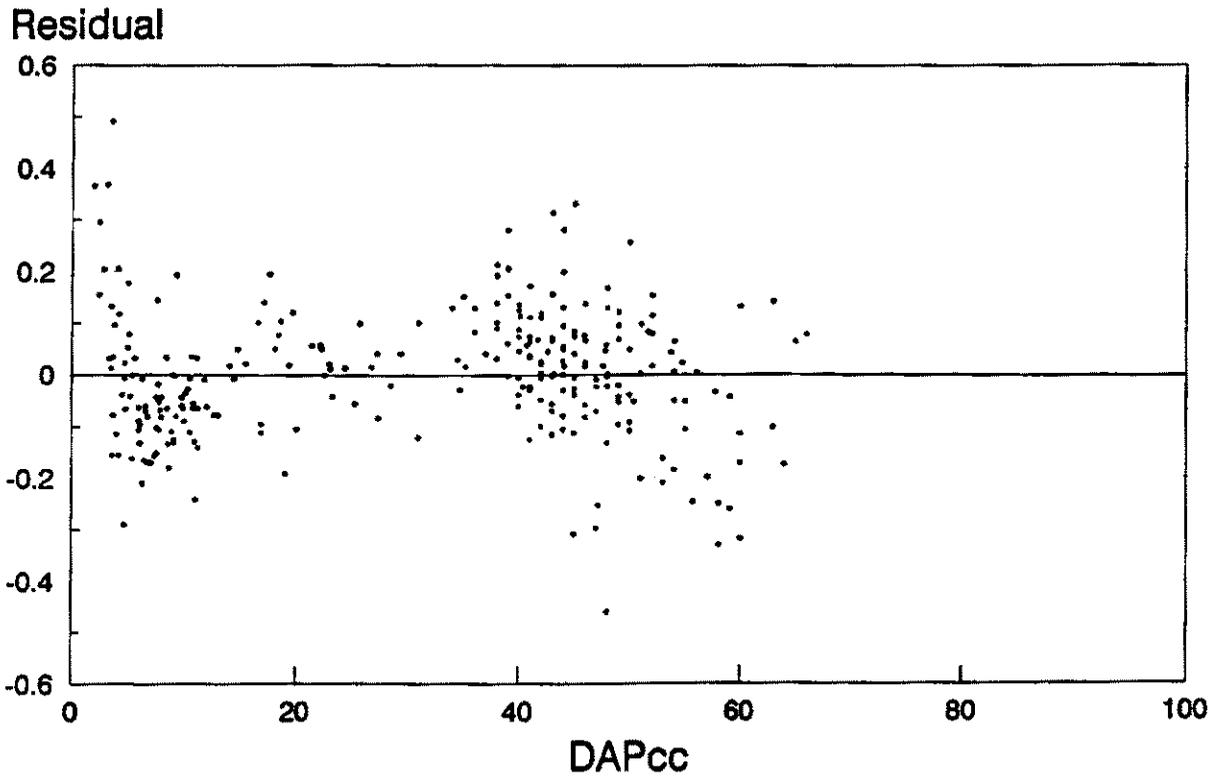
$r^2(\text{corregido para g.l.}) = 0.997$

Al hacer mención del valor "t" en el modelo H3, se observa que este valor es no significativo ( $t < 2$ ) en la tercera variable denominada DAPcc, razón que indica que dicha variable no proporciona efecto alguno en el modelo en general.

Además este modelo H3 posee un coeficiente de correlación y determinación igual a 99.9 % para el grado de asociación y 99.7 % para el efecto de estimar el volumen a través de las variables independientes.

Sin embargo el modelo presenta una desviación estándar equivalente a 12.8 %, valor que denota que las observaciones del modelo están bien concentradas alrededor del volumen medio, por lo cual se le considera como un modelo aceptable. (Observe el gráfico 6).

Gráfico 6. Modelo H3  
Residuales versus DAPcc



Este gráfico indica que el modelo presenta una desviación de las observaciones aceptable alrededor del volumen promedio, indicando además que el arreglo posee una buena uniformidad al apreciar el comportamiento de los RESIDUALES Vs. DAPcc.(no existe tendencia perceptible).

## 5.3.4. - Análisis de regresión y correlación para el modelo H4.

(ver cuadro 10 y gráfico 7)

Cuadro 10. Regresión y correlación para el modelo H4 :

$$\text{LnVolcc} = a + b_1\text{LnH} + b_2\text{LnDAPcc} + b_3\text{H}$$

$$\text{Model Escog.: LnVolcc} = - 9.138 + \text{Ln(H)} 0.763 + \text{ln(DAPcc)} 1.757 \\ + (\text{H}) 0.016$$

## RESULTADOS DE AJUSTE DEL MODELO

Variable	Coefficientes	Error Standar	STD COEF	Tolerancia	Valor T
Constante	- 9.138	0.062	-	-	-147.492
LnH	0.763	0.061	0.239	0.028	12.505
LnDAPcc	1.757	0.037	0.689	0.049	47.656
H	0.016	0.003	0.079	0.070	6.556

 $r^2 = 0.997$     Desv. Standar = 0.123    272 Observaciones

 $r = 0.999$     Var. Dep. = LNVOLCC

## ANALISIS DE VARIANZA DE LA REGRESION

Fuente de variación	Grados de Libertad	Suma de cuadrados	Cuadrado Medio	Valor F
Regresión	3	1482.754	494.251	32726.513
Residual	268	4.047	0.015	

Total Corregido :                    271                    1486.801

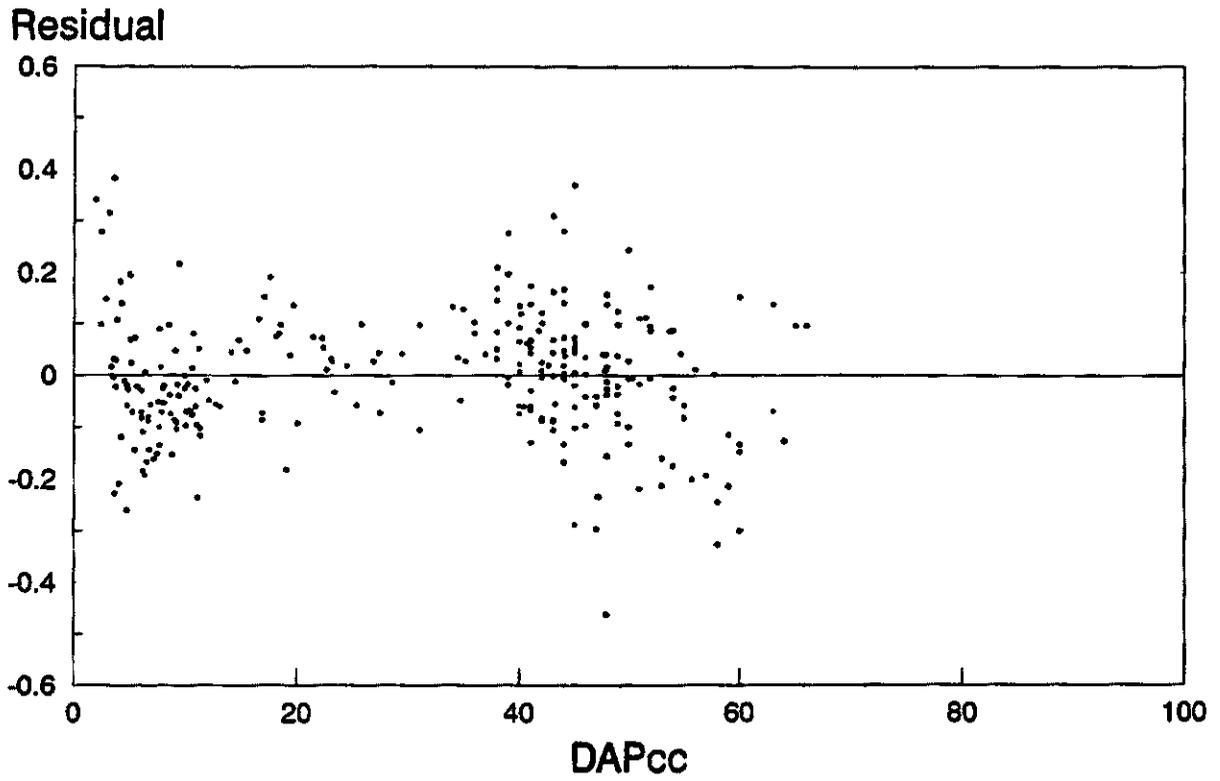
 $r^2 = 0.997$                     Desv. Standar de la est. = 0.123 (12 %)

 $r^2(\text{ajustado para g.l.}) = 0.997$ 

## RESUMEN DE RESIDUALES

N° de Observaciones	Media Residual	Varianza Residual	Error Standar Residual
272	0.0092	0.0150	0.1230

Gráfico 7. Modelo H4  
Residuales versus DAPcc



Observe en el cuadro que el coeficiente de correlación y determinación adquirieron un valor equivalente a 99.9 % de asociación entre las variables dependientes e independientes y que el 99.7 % se debe al efecto que el DAPcc y la altura total adicionaron al modelo para precisar la estimación del volumen con corteza de los árboles en pie.

En el cuadro 10, se aprecia que la desviación estándar del modelo H4 es 12 %, valor que estadísticamente es mas aceptable referente al modelo H3.

La función del modelo logarítmico H4 es :

$$\begin{aligned} \text{LnVolcc} &= - 9.138 + \text{LnH } 0.763 + \text{lnDAPcc } 1.757 + \text{H } 0.016 \\ &= e[9.138 + \text{LnDAPcc}(1.757) + \text{LnH } (0.763) + \text{H } (0.016) \\ &\quad + (0.123)^2/2] \\ &= 0.000108 * \text{DAPcc}^{1.757} * \text{H}^{0.763} * e^{\text{H} * 0.016} \end{aligned}$$

El factor de corrección  $(0.123)^2/2$  se introduce en la ecuación con el objeto de evitar desviaciones o bias logarítmicas alrededor del volumen estimado a causa de las retransformaciones en los modelos.

Esta razón motivó analizar gráficamente la distribución de los residuos volumétricos antes de decidir cualquier corrección. (Observe el gráfico 7).

El análisis residual de este modelo indica que las desviaciones de las observaciones están comprendidas en 12 % alrededor de su volumen medio, apreciándose además que no existe tendencia perceptible en los RESIDUALES Vs.DAPcc.( El modelo no muestra sobrestimación ni subestimación alrededor de la línea de regresión).

5.3.5. - Análisis de regresión y correlación para el modelo ponderado H5. (ver cuadro 11 y gráfico 8)

Cuadro 11. Regresión y correlación para el modelo H5 :

$$\text{Volcc/DAPcc}^2 = a + \text{H/DAPcc}^2 + \text{H/DAPcc} + \text{H} + \text{C/DAPcc}^2$$

$$\text{Model escog.: Volcc/DAPcc}^2 = 0.003481 - 0.000121(\text{DAPcc}^2) - 0.001595(\text{H}) + 0.000413(\text{H} \cdot \text{DAPcc}) + 0.00027(\text{H} \cdot \text{DAPcc}^2)$$

RESULTADOS DE AJUSTE DEL MODELO

Variables	Coefficientes	Error Standar	STD COMF	Tolerancia	Valor T
Constante	- 0.000121	0.000038	-	-	- 3.17536
H/DAPcc <sup>2</sup>	- 0.001595	0.000383	0.488856	0.021494	- 4.16262
H/DAPcc	0.000413	0.000064	0.273437	0.159532	6.44870
H	0.000027	0.000001	0.947430	0.334285	0.32E+02
C/DAPcc <sup>2</sup>	0.003481	0.000092	0.312019	0.044843	3.90139

r<sup>2</sup> = 0.923

Dev. Standar = 0.000090

272 Observaciones

r = 0.961

Var. Dep. = VCCPDD

ANALISIS DE VARIANZA DE LA REGRESION

Fuente de Variación	Grados de Libertad	Suma de Cuadrados	Cuadrado Medio	Valor F
Regresión	4	0.000026	0.000006	884.860585
Residual	267	0.000002	0.0000006	-

Total corregido:

271

0.000028

r<sup>2</sup> = 0.923

Dev. Standar de la est. = 0.000090

r<sup>2</sup>(ajustado para g.l.) = 0.922

RESUMEN DE RESIDUALES

N° de Observaciones	Media Residual	Varianza Residual	Error Standar Residual
272	0.0002	0.0000006	0.000090

Los coeficientes de correlación y determinación, así como la desviación estándar no son directamente comparables con los del modelo H4 por ser diferente la transformación de la variable dependiente. Para poder compararlo se hizo un análisis separado según el capítulo 5.4.

Observe que el valor "t" es significativo ( $t \geq 2$ ) en todas las variables independientes del modelo, mediante las cuales se hará predecir el volumen en  $m^3$  de los árboles en pie.

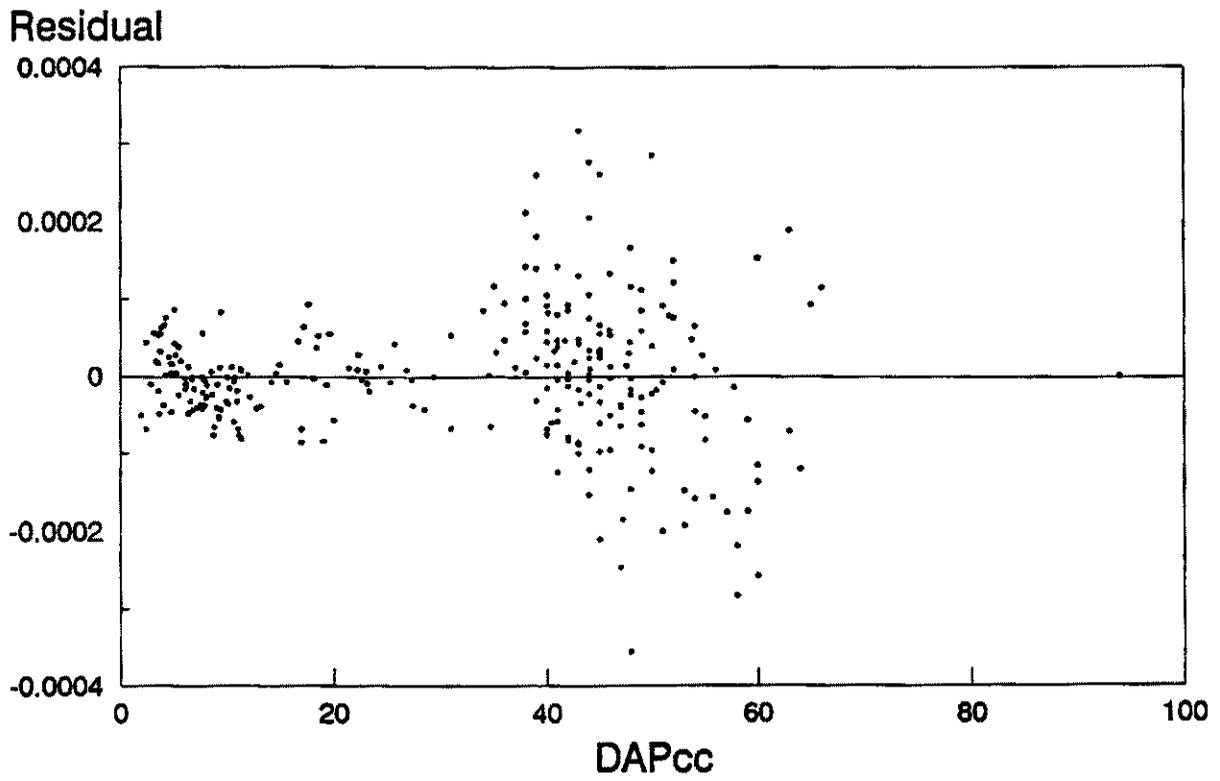
En este modelo se ponderó la constante a través del diámetro a la altura del pecho ( $C/DAPcc^2$ ) con el objeto de homogenizar la varianza de las observaciones en las diferentes categorías diámetricas (Observe el gráfico 8).

**La función del modelo ponderado H5 :**

$$Volcc/DAPcc^2 = - 0.000121 - 0.001595(H/DAPcc^2) + 0.000413 \\ (H/DAPcc) + 0.000027(H) + 0.003481(1/DAPcc^2)$$

$$Volcc = 0.003481 - 0.000121(DAPcc^2) - 0.001595(H) + \\ 0.000413(H \cdot DAPcc) + 0.000027(H \cdot DAPcc^2)$$

Gráfico 8. Modelo H5  
Residual versus DAPcc



Este modelo ponderado ajusta mejor las observaciones alrededor del volumen medio en las categorías diamétricas con DAPcc entre 0 cm - 30 cm, indicando que existe una mejor homogenización de la varianza y no así en las categorías diamétricas con DAPcc  $\geq$  30 cm. (mayor varianza residual), por lo que se considera que existe mayor varianza en las observaciones con diámetros entre 30 cm - 70 cm.

#### **5.4. - Análisis residual logaritmizado para los modelos multiplicativos H4 y H5.**

A los residuales de cada modelo se le designó la siguiente nomenclatura para una mejor interpretación de los resultados, a continuación se detalla :

##### **I. Residuales :**

- a) Residuales para el modelo logarítmico  $H4 = R4$ .
- b) Residuales para el modelo ponderado  $H5 = R5$ .

##### **II. Logaritmización :**

- a) Logaritmo natural para los residuales del modelo logarítmico  $H4 = \ln R4$
- b) Logaritmo natural para los residuales del modelo ponderado  $H5 = \ln R5$

El objetivo principal de este análisis, consistió en logaritmizar los residuales de cada modelo H4 y H5, elaborando para tal fin un rango residual mínimo y máximo para cada modelo, y así poder apreciar que modelo presenta los mejores estadísticos residuales, con el objeto de seleccionar uno de los dos modelos para estimar el volumen de los árboles en pie en función del DAPcc y la altura total (ver cuadro 12).

**Cuadro 12. Análisis residual para los modelos multiplicativos (H4 y H5).**

RANGO RESIDUAL	RESIDUALES			
	R4	R5	LaR4	LaR5
N° de casos	272	272	272	272
Mínimo	-0.92785	-0.93426	-0.45107	-0.46585
Máximo	0.74307	0.78366	0.37988	0.35815
Media	0.00917	0.00019	0.00593	-0.00097
Dev. Standar	0.21786	0.21116	0.12232	0.12076
Suma	2.49512	0.05140	1.61230	-0.26520

El método que se utilizó en este análisis, consistió en encontrar un rango para los residuales volumétricos de cada modelo, con el objeto de verificar que las formas de expresar las variables independientes fueran las mas adecuadas para la precisión en la estimación del volumen con corteza.

El estadístico que sirvió de base para observar la variabilidad en los residuales y así poder seleccionar el mejor modelo fue la desviación estándar de los residuales volumétricos (ver cuadro 13).

**Cuadro 13. Rangos residuales para los modelos H4 y H5.**

MODELOS	RANGO RESIDUAL
Logarítmico H4	- 0.928 - 0.743
Ponderado H5	- 0.934 - 0.784

Se puede afirmar que el rango residual para el modelo logaritmico H4 es mas pequeño (mejor estadisticamente) al compararlo con el rango residual del modelo ponderado H5, lo que indica que al estimar el volumen de los árboles en pie con el modelo H4, se tendrán mejores resultados en la precisión del volumen. Sin embargo la desviación estándar residual es igual para cada modelo (12 %), presentando un valor aceptable estadisticamente. Con estos resultados se llegó a la conclusión de que el modelo logaritmico H4 estima mejor el volumen con corteza de los árboles en pie de Pinus oocarpa Schiede. por lo que se le prefiere como el mejor modelo del segundo grupo.

## VI . D I S C U S I O N E S

6.1. Selección de los mejores modelos (H2 y H4) utilizados para confeccionar las tablas de volúmenes, en función del DAPcc y la altura total. (ver cuadros 14 y 15 ).

En el cuadro 14 se aprecian los 5 modelos utilizados para el análisis final, utilizando para el caso la regresión múltiple.

**Cuadro 14. Resumen de los 5 modelos y las características estadísticas en que se basó la selección de los 2 mejores.**

MODELOS	$r^2$	$r$	Dev. Stand	R.M.S.	Gráfico residual: conclusión
H1. $LnVolcc = - 9.016 + Ln(DAPcc)2.585 + (DAPcc)0.002$	0.992	0.996	0.212	0.045	Tendencia subestimante, defectuoso. No aceptable. 21 % de desviación.
H2. $LnVolcc = - 9.311 + Ln(DAPcc)2.539$	0.992	0.996	0.212	0.045	No muestra tendencia perceptible en Residuales Vs. DAPcc. S = 21 %. Aceptable.
H3. $LnVolcc = - 9.311 + Ln(DAPcc)1.596 + Ln(H)1.052 + (DAPcc)0.006$	0.997	0.999	0.128	0.016	Tendencia perceptible en Residuales Vs. DAPcc. defectuoso. No aceptable. S = 13 %.
H4. $LnVolcc = - 9.138 + Ln(H)0.763 + Ln(DAPcc)1.757 + (H)0.016$	0.997	0.999	0.123	0.015	No muestra tendencia perceptible en residuales Vs. DaPcc.S = 12 %. Aceptable.
H5. $Volcc/DAPcc^2 = - 0.000121 - 0.001595(H/DAPcc)^2 + 0.413 (H/DAPcc) + 0.000027(H) + 0.003481(1/DAPcc^2)$	0.923	0.961	0.00009	0.000000 6	Existe mucha variabilidad en los rangos diamétricos superiores y menos variabilidad en los rangos diamétricos inferiores. Inaceptable.

De estos 5 modelos se seleccionaron los dos mejores de acuerdo a su funcionabilidad y por presentar los mejores

estadísticos y los mejores ajustes de las observaciones alrededor de la línea de regresión (volumen medio).

**El análisis general para la selección de los mejores modelos se detalla a continuación :**

1. Se fusionaron los 5 modelos en dos grupos diferentes, basándose esta diferencia en la funcionabilidad de cada grupo.
2. Los grupos se clasificaron de la siguiente forma según su funcionabilidad :

**a) Modelos del 1<sup>er</sup> grupo :** Estiman el volumen con corteza de los árboles en pie en función del DAPcc.

Modelos del 1<sup>er</sup> grupo :

$$H1. - \text{LnVolcc} = a + b_1 \ln \text{DAPcc} + b_2 \text{DAPcc}$$

$$H2. - \text{LnVolcc} = a + b_1 \ln \text{DAPcc}$$

**b) Modelos del 2<sup>do</sup> grupo :** Estiman el volumen con corteza de los árboles en pie en función del DAPcc y la altura total.

Modelos del 2<sup>do</sup> grupo :

$$H3. - \text{LnVolcc} = a + b_1 \ln \text{DAPcc} + b_2 \ln H + b_3 \text{DAPcc}$$

$$H4. - \text{LnVolcc} = a + b_1 \ln \text{DAPcc} + b_2 \ln H + b_3 H$$

$$H5.- \quad Volcc/DAPcc^2 = a + b_1(H/DAPcc^2) + b_2(H/DAPcc) + b_3(H) + b_4(C/DAPcc^2)$$

3) Una vez distribuidos los 5 modelos en los dos grupos, se procedió a analizar cada grupo con el objeto de escoger el mejor de cada grupo, para posteriormente confeccionar las tablas de volúmenes de aplicación en general, de una y doble entrada respectivamente basadas en el DAPcc y la altura total.

#### 6.2. - Análisis descriptivo para cada grupo de modelos.

Con el objeto de diferenciar los grupos de modelos y seleccionar 1 modelo por grupo, se llevó a efecto el siguiente análisis :

##### 6.2.1. - Selección del mejor modelo del 1<sup>er</sup> grupo :

En los cuadros 7 y 8 se presenta el análisis de correlación y regresión para los modelos multiplicativos H1 y H2.

Ambos modelos estiman el volumen de los árboles en función del DAPcc (tablas de volúmenes de una sola entrada). Sin embargo los modelos están compuestos por una variable independiente llamada DAPcc, la cual se presenta de forma natural y logaritmizada, siendo en el modelo H1 logaritmizada y en el H2 de forma natural.

Al observar los estadísticos de cada modelo en los cuadros 7 y 8, se llegó a la conclusión de que el modelo logaritmico H2 es

estadísticamente mejor que el modelo H1, siendo esto reafirmado por el valor de significancia "t" en cada una de las variables de los respectivos modelos.

Observe que el valor "t" es insignificativo en la variable DAPcc del modelo H1 ( $t \leq 2$ ), valor que indica que esta variable no proporcionó información al modelo H1. (no sastiface estadísticamente la línea de regresión).

Estas razones motivaron seleccionar al modelo H2 como el mejor modelo que estimará el volumen de los arboles en pie a traves del DAPcc.

#### 6.2.2. Selección del mejor modelo del 2<sup>do</sup> grupo :

Este grupo esta conformado por tres modelos que estiman con mejor precisión el volumen total de los árboles en pie, (mayor número de variables independientes) pues con ellos se hará estimar el volumen con corteza en función del DAPcc y la altura total.

En los cuadros 9, 10 y 11 se presenta el análisis de correlación y regresión múltiple para cada uno de los modelos que forman el 2<sup>do</sup> grupo.

El análisis general para el 2<sup>do</sup> grupo de modelos, confirmó que el modelo multiplicativo H4, transformado por

logaritmización presentó los mejores estadísticos y el mejor análisis residual. Al comparar el modelo H3 con el modelo H4 (transformados por logaritmización), se llegó a la conclusión de que el modelo H4 posee mejor precisión en la estimación del volumen ya que el modelo H3 presenta una desviación estándar de 13 % superior a la del modelo H4 (12 %), presentando por esta razón mayor variabilidad de las observaciones alrededor de la línea de regresión (volumen medio).

Sin embargo al comparar el modelo H4 (logaritmizado) con el modelo H5 (ponderado), se llegó a la conclusión de que el modelo logarítmico H4 estima con igual precisión el volumen total con corteza de los árboles en pie, ya que se tuvieron que logaritmizar los residuales de ambos modelos con el objeto de apreciar mejor la desviación de los residuales volumétricos mediante la elaboración de un RANGO RESIDUAL que proporciona la validez más confiable para cada modelo (H4,H5) en la estimación del volumen.

Además al apreciar el gráfico residual del modelo H5, se concluye que existe menor variación en las observaciones comprendidas entre 0 cm - 30 cm. de DAPcc, sin embargo éste presenta mayor variación en las observaciones comprendidas entre 30 cm - 70 cm. de DAPcc, razón que indica que la ponderación no logró homogenizar totalmente la variabilidad de las observaciones, razón que indujo rechazar al modelo

ponderado H5 y preferir al modelo H4 para la estimación del volumen total de los árboles en pie.

Así con estos puntos de vista estadísticos, se llegó a la conclusión de que los modelos H2 y H4, ambos logaritmizados fueron los mejores para estimar el volumen de los árboles en pie de Pinus oocarpa Schiede., ya que el análisis residual en cada modelo no presentó tendencia perceptible en las diferentes categorías diamétricas que lo conforman, siendo esta la razón por la cual se seleccionaron ambos modelos (ver cuadro 15).

**Cuadro 15. Ecuaciones finales**

MODELOS	Gráfico residual : Conclusión
H2. Volcc = 0.0001178 * DAPcc <sup>2.387</sup>	No muestra tendencia perceptible en Residuales Vs. DAPcc. 21 % de desviación. Aceptable.
H4. Volcc = 0.000108 * DAPcc <sup>1.737</sup> * H <sup>0.705</sup> * e <sup>0.0016</sup>	No muestra tendencia perceptible en residuales Vs. DAPcc. 12 % de desviación. Aceptable.

En este cuadro se presentan las dos ecuaciones finales escogidas para confeccionar las tablas de volúmenes totales con corteza, de una y doble entrada para Pinus oocarpa Schiede en Nicaragua.

## VII - C O N C L U S I O N E S

1. La inclusión del análisis de las fórmulas de cubicación para determinar el volumen real (estimado) de los árboles derribados permitió elaborar con mayor confiabilidad las tablas de volúmenes con corteza para Pinus oocarpa Schiede.
2. Los modelos multiplicativos (logarítmicos) estiman con mejor precisión el volumen total con corteza de los árboles en pie de Pinus oocarpa Schiede.
3. La validación de los modelos multiplicativos para confeccionar tablas de volúmenes de alta calidad exige obtener altas frecuencias en los extremos de los parámetros de entrada de la tabla.
4. El análisis residual gráfico permitió consolidar el criterio en forma visual para seleccionar los mejores modelos y así confeccionar tablas de volúmenes confiables.
5. El valor de significancia "t", fue el estadístico principal para comprobar el grado de afectación entre las variables de los modelos del 1<sup>er</sup> grupo (H1 y H2).

6. El análisis residual de los modelos logarítmicos del 2<sup>do</sup> grupo H4 (multiplicativo) y H5 (aditivo) fue la sustentación directa para seleccionar el mejor.

7. La funcionabilidad de los modelos escogidos para la estimación del volumen total con corteza de los árboles en pie de Pinus oocarpa Schiede. son :

$$H2. Volcc = 0.0001178 * (DAPcc)^{2.599}$$

$$H4. Volcc = 0.000108 * (DAPcc)^{1.757} * H^{0.763} * e^{H * 0.016}$$

8. Estimar el volumen de los árboles en pie de Pinus oocarpa Schiede. mediante el uso de estos modelos es muy práctico ya que ambos presentan una correlación fuerte muy definida.

9. Se confeccionaron tablas de volúmenes totales (m<sup>3</sup>) de una y doble entrada, una en función del DAPcc y la otra en función del DAPcc y la altura total.

10. Este estudio podrá servir en el manejo forestal e industrial de la especie, así como para investigaciones científicas en lo que la actividad forestal se refiere.

## VIII - R E C O M E N D A C I O N E S

1. Para confeccionar tablas de volúmenes de alta calidad, es necesario elaborar un análisis de fórmulas de cubicación que se emplean para estimar el volumen de los árboles derribados.
2. Se sugiere usar modelos multiplicativos transformados por logaritmización en el análisis de regresión y correlación para determinar tablas de volúmenes precisas.
3. Para evitar desviaciones sistematicas alrededor del volumen estimado por la retransformación de las ecuaciones, es necesario emplear el factor de corrección:  $(S)^2 / 2$ .
4. Para dar mayor credibilidad a las tablas de volúmenes de Pinus oocarpa Schiede, es conveniente incorporar un mayor número de fustes (árboles derribados) en las categorías diamétricas intermedias para evitar especulaciones acerca de la subestimación o sobrestimación volúmetrica.
5. Para seleccionar un modelo de regresión ya sea multiplicativo o aditivo es necesario realizar el análisis gráfico de las observaciones alrededor de la linea de regresión, conocido esto como análisis residual. (Residuales Vs. DAPcc).

6. En este estudio se plantea una metodología para confeccionar tablas de volúmenes para coníferas, el cual podrá servir para futuras investigaciones relacionadas con tal fin.

7. Es aconsejable usar estos modelos para el bosque conífero (G. Pinus) de la primera región del país, aunque podría usarse con precaución en otras regiones del país.

8. No es muy recomendable usar estos modelos para la estimación del volumen total de los árboles en pie cuando estos presentan un DAPcc  $\geq 70$  cm., ya que el estudio en general carece de algunas observaciones en las categorías diamétricas comprendidas entre 70 cm - 100 cm, evitando así problemas de predicción.

9. Es aconsejable estimar el volumen total de los árboles en pie de Pinus oocarpa Schiede. usando los modelos H2 y H4. Los cuales, uno estima el volumen total con corteza en función del DAPcc y el otro en función del DAPcc y la altura total.